

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ**

**Відокремлений структурний підрозділ «ІНСТИТУТ ІННОВАЦІЙНОЇ ОСВІТИ»**

Кафедра економіки та менеджменту

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Директор ВСП «ІНО КНУБА»

О. С. Даневич



серпня 2020 р.

*СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ*

**Теорія ймовірності та математична статистика**

(назва навчальної дисципліни)

галузь

знаць

освітня

програма

спеціальність

28 «Публічне управління та адміністрування»

Публічне управління та адміністрування

281 «Публічне управління та адміністрування»

Київ – 2020 рік

Силабус навчальної дисципліни «Теорія ймовірності та математична статистика» для студентів ВСП «ІНО КНУБА» спеціальності 281 «Публічне управління та адміністрування», освітньої програми «Публічне управління та адміністрування», (галузь знань 28 «Публічне управління та адміністрування»), 2020. 12 с.

Розробник: Кубанов Руслан Анатолійович, кандидат педагогічних наук, доцент, професор Всесвітньої академії природознавства, професор Міждисциплінарної академії наук України, член-кореспондент Міжнародної академії наук педагогічної освіти, член-кореспондент Української академії акмеології, член-кореспондент Академії будівництва України, доцент кафедри економіки та менеджменту Відокремленого структурного підрозділу «Інститут інноваційної освіти Київського національного університету будівництва і архітектури».

Силабус затверджено на засіданні кафедри економіки та менеджменту  
Протокол від "30" серпня ..... 2020 року № 12/1

Завідувач кафедри економіки та менеджменту

\_\_\_\_\_ д.е.н., професор І. В. Новикова  
(підпис)

"30" серпня ..... 2020 року

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітня програма, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
		<b>Заочна форма навчання</b>
		Цикл професійної підготовки Базова навчальна дисципліна
		<b>Рік підготовки:</b>
		3
		<b>Семестр</b>
		6
Загальна кількість годин – 150 год. (5 кредитів ЄКТС)	<u>Галузь знань:</u> 28 «Публічне управління та адміністрування». <u>Спеціальність:</u> 281 «Публічне управління та адміністрування» <u>Освітня програма:</u> Публічне управління та адміністрування	
	<u>Рівень вищої освіти:</u> Перший (бакалаврський)	<b>Лекції</b> 6 год.
		<b>Практичні, семінарські</b>
		4 год.
		<b>Лабораторні</b>
		-
		<b>Індивідуальне завдання</b>
		<b>Самостійна робота</b>
		140 год.
		<b>Індивідуальна робота (контрольна робота) студентів під керівництвом викладача:</b>
		+
		<b>Вид контролю:</b>
		Іспит

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

*Мета дисципліни* – розвинення ймовірнісного мислення, засвоєння термінології та понять теорії випадкових процесів, статистичного опису процесів і систем, лінійних перетворень випадкових функцій, їх канонічних представлень, що широко використовуються на практиці моделей випадкових явищ.

*Завдання дисципліни* – формування теоретичних знань та практичних навичок використання теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів для формалізації та математичного моделювання прикладних завдань для їх ефективної програмно-апаратної реалізації.

Згідно з вимогами освітньої програми студенти мають здобути компетентності:

- здатності використовувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем;
- здатності математично формалізувати постановку завдання;
- здатності обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання практичних задач, дослідження, аналізу, проектування, прийняття рішень;
- здатності автоматизованої обробки інформації;
- здатності корегувати математичні та інформаційні моделі залежно від результатів, які було отримано в ході їх реалізації;
- здатності проводити дослідження різноманітних процесів, явищ та систем з використанням математичних методів та спеціалізованого програмного забезпечення, проводити обчислювальні експерименти, обробку, аналіз та інтерпретацію отриманих результатів.

Як результат вивчення дисципліни студент повинен ЗНАТИ:

- поняття випадкової події та випадкової величини, їх основні види;
- означення ймовірності та її властивості;
- основні формули комбінаторики; елементи алгебри подій;
- теореми додавання і множення ймовірностей;
- форми представлення випадкових величин та їх основні характеристики;
- найбільш вживані закони розподілу випадкових величин;
- поняття вибірки та методи її формування;
- методологію отримання точкових та інтервальних оцінок числових характеристик сукупностей;
- правила побудови критеріїв для перевірки статистичних гіпотез;
- методологію кореляційного та регресійного аналізу;
- основні поняття теорії випадкових процесів: визначення і класифікація випадкових процесів;
- закони розподілу та основні характеристики випадкових процесів;
- перетворення випадкових процесів та операції над ними;
- стаціонарні та ергодичні випадкові процеси;
- спектральний опис випадкових процесів;
- потоки подій, їх властивості та класифікація;
- ланцюги Маркова та марковські процеси з дискретним і неперервним часом;
- основи теорії масового обслуговування.

ВМІТИ:

- обчислювати ймовірність випадкових подій з використанням основних означень та теорем;
- будувати закони розподілу та обчислювати характеристики випадкових величин;
- проводити первинну обробку статистичних даних;

- визначати точкові та інтервальні оцінки числових характеристик;
- вибирати слушні критерії для перевірки статистичних гіпотез та користуватися таблицями відповідних розподілів;
  - обґрунтовано вибирати класи регресійних моделей при виявленні залежностей між величинами; обчислювати коефіцієнти рівнянь лінійних та нелінійних залежностей;
- розраховувати основні характеристики випадкових процесів за заданими законами розподілу ймовірності;
- аналізувати процеси на стаціонарність та ергодичність;
- описувати процеси в спектральній області;
- застосовувати ланцюги Маркова та марковські процеси з дискретним і неперервним часом для розв'язання практичних задач;
- застосовувати поняття та співвідношення теорії масового обслуговування для аналізу задач.

#### МАТИ НАВИЧКИ:

- використання стандартного програмного забезпечення для аналізу ймовірнісних процесів та статистичної обробки даних;
- побудови математичних моделей реальних випадкових процесів;
- самостійного розширення своїх математичних знань за допомогою літератури або навчаючих програм.

### 3. Програма навчальної дисципліни

**Тема 1. Випадкові події.** Дискретний простір елементарних подій. Операції, властивість операцій над подіями. Визначення ймовірності (випадок дискретного простору). Властивості ймовірності. Поняття про вибірку. Урнові схеми. Алгебра і  $\delta$ -алгебра множин. Аксиоматичне визначення ймовірності. Властивості, аксіома безперервності. Геометрична ймовірність. Приклади.

**Тема 2. Умовна ймовірність.** Визначення. Приклади. Формула повної ймовірності. Повна група гіпотез. Незалежні події. Події, незалежні в сукупності (Приклад Берштейна). Формула Байеса.

**Тема 3. Випадкові величини, їх функція розподілу.** Дискретні випадкові величини. Гіпергеометричний розподіл, біноміальний розподіл, розподіл Пуассона. Абсолютно безперервні розподіли. Щільність розподілу, властивості. Нормальний розподіл Гауса. Багатовимірні випадкові величини..

**Тема 4. Моменти випадкової величини.** Математичне чекання. Властивості. Дисперсія, властивості. Нерівність Чебишева.

**Тема 5. Послідовності незалежних випробувань з двома результатами.** Закон великих чисел. Локальна гранична теорема (теорема Муавра-Лапласа). Інтегральна теорема Муавра-Лапласа.

**Тема 6. Характеристичні функції.** Властивості. Характеристична функція. Виробляючі функції. Приклади.

**Тема 7. Математична статистика. Оцінки параметрів.** Деякі розподіли, пов'язані з нормальним, розподіл Стюдента, Коші. Основні завдання математичної статистики. Вибірка, статистичний розподіл вибірки, Полігон частот, гістограма, емпірична функція розподілу. . Точкові оцінки параметрів (основні характеристики точкових оцінок). Метод моментів, метод максимальної правдоподібності. Нерівність Крамера – Рао (лема). Інтервальні оцінки параметрів розподілу.

**Тема 8. Статистична перевірка статистичних гіпотез.** Однобічні і двосторонні критичні області. Потужність критерію. Перевірка статистичних гіпотез про параметри нормального розподілу. Гіпотеза про рівність двох математичних чекань Порівняння дисперсій двох випадкових величин, розподілених нормально (Розподіл Фішера-Снедекора). Порівняння виправленої вибіркової дисперсії з гіпотетичною дисперсією. Порівняння спостережуваної частоти появи події А з гіпотетичною ймовірністю події.

**Тема 9. Елементи теорії кореляції.** Кореляційна таблиця. Спосіб найменших квадратів. Лінійна кореляція, криволінійна кореляція.

## 4. Структура навчальної дисципліни

Назва тем	Кількість годин			
	заочна форма навчання			
	Усього	в тому числі		
		Лекції	Практичні	СРС
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	
Тема 1. Випадкові події.	19	2		17
Тема 2. Умовна ймовірність.	19		2	17
Тема 3. Випадкові величини, їх функція розподілу.	17			17
Тема 4. Моменти випадкової величини.	19	2		17
Тема 5. Послідовності незалежних випробувань з двома результатами.	17			17
Тема 6. Характеристичні функції.	17			17
Тема 7. Математична статистика. Оцінки параметрів.	19		2	17
Тема 8. Статистична перевірка статистичних гіпотез.	17			17
Тема 9. Елементи теорії кореляції.	6	2		4
<b>Усього годин:</b>	<b>150</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>140</b>

## 5. Теми практичних занять

Назва тем	Кількість годин
Тема 1. Умовна ймовірність.	2
Тема 2. Математична статистика. Оцінки параметрів.	2

## 6. Самостійна робота студентів

Назва тем	Кількість годин
Тема 1. Випадкові події.	17
Тема 2. Умовна ймовірність.	17
Тема 3. Випадкові величини, їх функція розподілу.	17
Тема 4. Моменти випадкової величини.	17
Тема 5. Послідовності незалежних випробувань з двома результатами.	17
Тема 6. Характеристичні функції.	17
Тема 7. Математична статистика. Оцінки параметрів.	17
Тема 8. Статистична перевірка статистичних гіпотез.	17
Тема 9. Елементи теорії кореляції.	4
<b>Усього годин:</b>	<b>140</b>

## 7. Тематика контрольних робіт

1. Поняття експерименту та події. Елементарні події. Види подій.
2. Операції з подіями (об'єднання, перетин, різниця, доповнення). Простір подій. Діаграма Вена.
3. Парно несумісні події та повна група подій. Алгебра подій.
4. Поняття ймовірності події. Класичне означення ймовірності.
5. Геометричне означення ймовірності (як частковий випадок).
6. Аксиоми теорії ймовірностей (аксиоми Колмогорова).
7. Основні теореми теорії ймовірностей (на основі аксіом Колмогорова).
8. Елементи комбінаторики. Перестановки, розміщення та комбінації без повторень.
9. Перестановки, розміщення та комбінації з повтореннями.
10. Умовна ймовірність.
11. Формула повної ймовірності.
12. Формули обернення (Байєса).
13. Випробування Бернуллі. Формула Бернуллі.
14. Найбільш вірогідне значення у випробуваннях Бернуллі. Дисперсія та тангентне відхилення.
15. Формули наближеного підрахунку в часткових випадках для формули Бернуллі (Лапласа, Пуассона).
16. Випадкові величини. Два основні типи випадкових величин.
17. Розподіли випадкових величин та форми їх запису.
18. Основні числові характеристики випадкових величин (середнє значення, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, мода, медіана, асиметрія).
19. Генеральна сукупність та вибірка. Взаємозв'язок генеральної сукупності та вибірки з неї.
20. Типи вибірок. Варіаційний ряд.
21. Основні числові характеристики генеральної сукупності та вибірки.
22. Оцінювання числових характеристик генеральної сукупності за даними вибірки з цієї сукупності.
23. Оцінки. Незміщені, ефективні та консистентні оцінки параметрів.
24. Гіпотези. Перевірка гіпотез (встановлення достовірності гіпотез).



25. Перевірка гіпотез щодо основних параметрів розподілу. Формули.
26. Коефіцієнт кореляції. Формули для коефіцієнта кореляції.
27. Визначення кореляційного коефіцієнту вибірки.
28. Лінійна та нелінійна залежність вибірок.
29. Парна та непарна регресія.
30. Встановлення залежності наборів даних з використанням коваріаційної матриці.
31. Полігон та гистограма

Кожний студент виконує письмову контрольну роботу на одну із тем, які нижче пропонуються. Обсяг роботи 20-25 сторінок рукописного або друкованого тексту.

Викладач надає консультації студентам з методики написання контрольної роботи. Вибір тем вільний, виходячи з інтересів та зацікавленості студента.

Щоб контрольна робота була змістовною, необхідно приділити увагу добору матеріалу. А для цього рекомендується використати декілька джерел. Перш за все потрібно з'ясувати, яка існує література з теми контрольної роботи, скласти її список. Дозволяється користуватися електронними джерелами (електронні енциклопедії та бібліотеки на фізичних носіях, Інтернет).

Контрольна робота включає в свою структуру чотири частини: зміст, вступ, основну частину, висновки, список використаної літератури.

*Вступ.* Цей компонент не потребує цитувань (хоч вони допускаються), великої кількості абстрактних розмірковувань і великого обсягу. Обов'язково виділити предмет опису, обґрунтувати тему, яку висвітлюєте в контрольній роботі, вказавши на персоналії, які працювали над даним питанням, назвати їх праці. Це треба робити чітко й логічно, щоб обсяг вступу не перевищував 15% від обсягу роботи.

*Основна частина.* Контрольна робота пишеться самостійно, але рекомендується широке використання цитат, оскільки контрольна робота не є авторським твором. Цитований матеріал в основній частині, незалежно від форми цитування – дослівно (в лапках), світоглядно-змістового (своїми словами із зазначенням авторства матеріалу, який використовується), не повинен перевершувати 30% роботи.

Загальний обсяг основної частини становить приблизно 10-18 сторінок.

*Висновки.* Це – підсумок контрольної роботи. Тут потрібно чіткість, точність, лаконічність. Формулюються основні висновки із всього сказаного, вказуються питання, які вдалося висвітлити більш-менш повно, та ті, які потребують подальшої роботи.

В кінці контрольної роботи подається список використаної літератури.

## 8. Методи навчання

Пояснювально-ілюстративний (інформаційно-рецептивний) метод: викладач організує сприймання та усвідомлення студентами інформації, а студенти здійснюють сприймання (рецепцію), осмислення і запам'ятовування її.

Репродуктивний: викладач дає завдання, у процесі виконання якого студенти здобувають уміння застосовувати знання за зразком.

Проблемного виконання: викладач формулює проблему і вирішує її, студенти стежать за ходом творчого пошуку (студентам подається своєрідний еталон творчого мислення).

Частково-пошуковий.(евристичний): викладач формулює проблему, поетапне вирішення якої здійснюють студенти під його керівництвом (при цьому відбувається поєднання репродуктивної та творчої діяльності студентів).

Дослідницький: викладач ставить перед студентами проблему, і ті вирішують її самостійно, висуваючи ідеї, перевіряючи їх, підбираючи для цього необхідні джерела інформації, прилади, матеріали тощо.

Інформаційно-повідомляючий метод викладання і виконавчий метод учіння. Передбачають викладання навчального матеріалу без докладного пояснення, узагальнення й систематизації, а студенти — заучують його без достатнього аналізу та осмислення;

Пояснювальний метод викладання і репродуктивний метод учіння. Викладач не тільки повідомляє певні факти, але й пояснює їх, домагаючись осмислення, засвоєння студентами (студенти засвоюють матеріал на рівні розуміння і запам'ятовування);

Інструктивно-практичний метод викладання і продуктивно-практичний метод учіння. Викладач інструктує студентів словесними, наочними або практичними способами, як виконувати певні практичні дії; студенти за допомогою вправ відшліфовують різні уміння і навички.

Пояснювально-спонукальний метод викладання і частково-пошуковий метод учіння. Викладач частину навчального матеріалу подає в готовому вигляді, іншу частину — через проблемні завдання; студенти засвоюють навчальний матеріал як за допомогою репродуктивного, так і творчого, дослідницького методу.

Спонукальний метод навчання і пошуковий метод. Викладач ставить перед студентами проблемні питання і завдання, організовуючи їх самостійну діяльність; студенти самостійно здобувають і засвоюють нові знання в основному без допомоги викладача.

## 9. Методи контролю

Поточний контроль знань здійснюється під час проведення консультацій, опитуванням на семінарських (практичних) заняттях.

Засобом підсумкового контролю є іспит.

## 10. Розподіл балів, які студенти отримують студенти

### *Рейтингова система оцінювання результатів навчання*

Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що він отримує за:

1. Результати роботи студентів на лекціях;
2. Результати роботи студентів на практичних заняттях;
3. Якість виконання контрольної роботи.

### Система рейтингових балів та критерії оцінювання

#### *1. Робота студентів на лекціях*

Максимальна кількість балів за роботу на лекціях дорівнює:

10 балів × 3 лекцій = 30 балів.

#### *Критерії оцінювання:*

10 – студент уважно слухає викладача і ретельно конспектує теоретичний матеріал;

5 – студент присутній на занятті, але не уважно слухає викладача, неохайно конспектує теоретичний матеріал;

0 – відсутність на лекційному занятті.

#### *2. Робота студентів на практичних заняттях*

Максимальна кількість балів на всіх практичних заняттях дорівнює: 15 балів × 2 п. з. = 30 балів

#### *Критерії оцінювання:*

15 – ґрунтовна відповідь, відображення власної позиції, активна участь у дискусіях;

10 – правильна відповідь, активна участь у дискусіях;

5 – відповідь неточна або неповна, пасивна участь у дискусіях;

0 – відсутність на практичному занятті.

### 3. Контрольна робота

Максимальна кількість балів за виконання контрольної роботи дорівнює = 40 балів.

Критерії оцінювання:

40 – правильна відповідь;

20-39 – відповідь неточна або неповна;

10-19 – відповідь неточна або неповна;

0 – відповідь неправильна або відсутня

Розрахунок шкали (R) рейтингу

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$R C = 10 \times 3 + 15 \times 2 + 40 = 100 \text{ балів}$$

Таким чином, рейтингова шкала з дисципліни складає  $R = R C = 100$  балів.

Студенти, які набрали протягом семестру рейтинг з кредитного модуля менше  $0,6R$  зобов'язані виконувати залікову контрольну роботу.

Студенти, які набрали протягом семестру необхідну кількість балів ( $0,6R$ ) мають можливості:

а) отримати залікову оцінку (залік) так званим автоматом; відповідно до набраного рейтингу;

б) виконувати залікову контрольну роботу з метою підвищення оцінки. При цьому попередній рейтинг студента з дисципліни скасовується і він отримує оцінку тільки за результатами залікової контрольної роботи.

### Критерії підсумкового оцінювання

Сума балів	Оцінка за шкалою ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		екзамен	залік
90-100	Відмінно (A)	Відмінно	Зараховано
82-89	Дуже добре (B)	Добре	
74-81	Добре (C)		
64-73	Задовільно (D)	Задовільно	Не зараховано
60-63	Достатньо (E)		
35-59	Незадовільно (FX)	Незадовільно	
1-34	Неприйнятно (F)		

### 11. Методичне забезпечення

Робоча програма (розглянута та схвалена на засіданні кафедри). Плани занять, конспект лекцій. Перелік основної та додаткової літератури. Навчально-наочні посібники, технічні засоби навчання тощо. Методичні розробки для проведення окремих занять.

### 12. Рекомендована література

#### Основна

1. Боровков А. А. Теория вероятностей: Учеб. Пособие для вузов / Боровков А. А. - 2-е изд., перераб. и доп.- М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1986.- 432с.
2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / Гмурман В. Е – М.: Высшая школа, 1977. – 479 с.
3. Гмурман В. Е. Руководство по решению задач теории вероятностей и математической статистике/ Гмурман В. Е. – М. Высшая школа, 1998. – 400 с.
4. Гнеденко Б. В. Элементарное введение в теорию вероятностей / Гнеденко Б. В., Хинчин А. Я.- Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1970.

5. Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика / Кобзарь А. И. - М.: Физматлит, 2006. - 816 с.

#### **Додаткова**

6. Колмогоров А. Н.. Введение в теорию вероятностей / Колмогоров А. Н., Журбенко И. Г., Прохоров А. В. Введение - М.: Физматлит, 1995.- 176с.

7. Кочетков П. А. Краткий курс теории вероятностей и математической статистики: Учебное пособие / Кочетков П. А. – М.: МГИУ, 1999. – 51с.

8. Прохоров А. В. Задачи по теории вероятностей: Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы: Учебное пособие / Прохоров А. В., Ушаков В. Г., Ушаков Н. Г. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.- 328с.

#### **Інформаційні ресурси**

9. СЕЗН ЗНУ. URL: <https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=2527>

10. Сайт кафедри фундаментальної математики ЗНУ. URL: [http://kmaznu.ucoz.ru/index/uchebnaja\\_literatura/0-49](http://kmaznu.ucoz.ru/index/uchebnaja_literatura/0-49)

11. Бібліотека математичної літератури. URL: <http://www.math.ru/lib/>

12. Освітній математичний сайт Exponenta. URL: <http://www.exponenta.ru>